L.P.Gafsa	**Devoir de synthèse n°2**	**Niveau**: 2$^{\text{ème}}$ année
A.S: 2008/2009	**Mathématiques**	**Durée**: 2 heures

Exercice n°1: (7 pts)

On considère la suite U définie sur IN par:

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + n - 1 \end{cases}$$

1/ Calculer U_1 , U_2 et U_3 .

2/ Vérifier que la suite U est ni arithmétique ni géométrique.

3/ On considère la suite V définie sur IN par:

a/ Calculer V_0, V_1 et V_2

b/ Montrer que V est une suite géométrique

4/ Soit la suite W définie sur IN par : W_n=6n-15

Montrer que W est une suite arithmétique.

5/ a/ Exprimer V_n en fonction de IN

b/ Déduire U_n en fonction de IN

6/ Calculer $S = W_0+W_1 + \dots\dots + W_n$ et $S' = V_0+V_1+ \dots\dots + V_n$

7/ Déduire $S'' = U_0 + U_1 + \dots\dots + U_{2009}$

Exercice n°2: (7 pts)

Soit ABCD un carré de côté a

Le but de cet exercice est de construire un triangle équilatéral de côté c et de même aire que ce carré .

1/Montrer que $c^2=\frac{4}{\sqrt{3}}a^2$ puis déduire que $c=\frac{2}{\sqrt{\sqrt{3}}}a$

2/a/ Placer le point M du segment [BC] tel que $\widehat{BAM}=\frac{\pi}{6}$

b/ Déduire que $AM=\frac{2}{\sqrt{3}}a$

3/ Soit $\{N\}=[AB)\cap\zeta(A,AM)$

Montrer que $BN=\frac{2}{\sqrt{3}}a-a$

4/ Soit $\{P\}=[CB)\cap\zeta'(N,AN)$.

Montrer que $BP^2=\frac{4}{\sqrt{3}}a^2-a^2$

5/ Déduire que AP = c

6/ Construire alors le triangle équilatéral EFG ayant le même aire que le carré ABCD.

Exercice n°3: (6 pts)

(O,I,J) un repère orthonormé.

$A(x)=3x^3-12x^2+8x-32$

1/ Calculer A(4)

2/ Déduire une factorisation **de A(x)**

3/ Dressé le tableau de signe **de A(x)**

4/ Soit $B(x)=\frac{-1}{8}\frac{|A(x)|}{x-4}$ montrer que $\mathbf{B(x)}=\frac{3}{8}x^2+1$ pour **toute** $x\in]-\infty,4[$

5/ Soit $f(x)=\begin{cases} B(x) \ si\ x\in]-\infty,4] \\ -2x+15\ si\ s\in[4+\infty[\end{cases}$

a/ Etudier les variations de f

b/ Tracer la courbe de f

6/ Déterminer graphiquement les nombres des solutions de l'équation f(x) = réel.